

Lösungsblatt

Theorie

1.1 Expansion ins Vakuum:

$$T_2 = T_1 = 300 \text{ K} \quad U_2 = U_1 = \frac{3}{2}nRT_1 = 3741.5 \text{ J} \quad P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_1}{2V_1} = \frac{P_1}{2} = 4989 \text{ Pa}$$

1.2 Adiabatische Expansion:

a) $P_2 \text{ [Formel]} = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{5/3}$ $P_2 \text{ [Wert]} = 9976.8 \text{ Pa} \left(\frac{1}{2} \right)^{5/3} = 3142.5 \text{ Pa}$

b) $W = U \times f(V_2/V_1) \text{ [Formel]} = U_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} \right)$ $W \text{ [Wert]} = U_1 \times 0.37 = 1385 \text{ J}$

1.3 Isotherme Expansion:

a) $P_2 \text{ [Formel]} = \frac{P_1 V_1}{V_2}$ $P_2 \text{ [Wert]} = 9976.8 \text{ Pa} / 2 = 4988.4 \text{ Pa}$

b) $W = U \times f(V_2/V_1) \text{ [Formel]} = U \frac{2}{3} \ln \frac{V_2}{V_1}$ $W \text{ [Wert]} = U \times 0.46 = 1729 \text{ J}$

1.4 Wärmekapazität:

a) $C_V \text{ [Formel]} = \frac{3}{2}R$ $C_V \text{ [Wert]} = 12.47 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$C_P \text{ [Formel]} = \frac{5}{2}R$ $C_P \text{ [Wert]} = 20.79 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

b) $C \text{ [Formel]} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$

2.1 Aufbau des Carnot-Kreisprozesses:

a) $P_B \text{ [Formel]} = \frac{P_A V_A}{V_B}$ $P_B \text{ [Wert]} = \frac{P_A}{2} = \frac{19954.7 \text{ Pa}}{2} = 9977.35 \text{ Pa}$

b) $P_C \text{ [Formel]} = P_B \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{5/2}$ $P_C \text{ [Wert]} = 9977.35 \text{ Pa} \left(\frac{400 \text{ K}}{600 \text{ K}} \right)^{5/2} = 3620.65 \text{ Pa}$

c) $P_D \text{ [Formel]} = P_A \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{5/2} = 2P_C$ $P_D \text{ [Wert]} = 7241.3 \text{ Pa}$

2.2 Analyse und Optimierung des Carnot-Kreisprozesses:

a) $\eta_{\text{Carnot}} \text{ [Formel]} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ $\eta_{\text{Carnot}} \text{ [Wert]} = 1 - \frac{400 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 33\%$

b) Formeln und Werte:

$$W_{AB} = U_A \frac{2}{3} \ln \frac{V_B}{V_A} = 3458 \text{ J} \quad Q_{AB} = W_{AB}$$

$$W_{BC} = U_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{2/3} \right) = U_B \left(1 - \frac{T_C}{T_B} \right) = U_A \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = 2494 \text{ J} \quad Q_{BC} = 0$$

$$W_{CD} = U_C \frac{2}{3} \ln \frac{V_D}{V_C} = -W_{AB} \frac{T_1}{T_2} = -2305 \text{ J} \quad Q_{CD} = W_{CD}$$

$$W_{DA} = -W_{AD} = -U_A \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = -W_{BC} \quad Q_{DA} = 0$$

$$\eta = W / Q \text{ [Formel als Funktion von } T_1, T_2] = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \eta_{\text{Carnot}}$$

Simulation eines idealen Gases

5.2 Expansion ins Vakuum:

$$T_2 = 300 \text{ K} (= T_1) \quad U_2 = 3741.5 \text{ J} (= U_1) \quad P_2 = 4987 \text{ Pa} (\approx P_1/2)$$

5.3 Adiabatische Expansion:

- a) $P_2 = 3156 \text{ Pa}$ $V_1 = 0.25 \text{ m}^3$ $V_2 = 0.503 \text{ m}^3$ $V_2 / V_1 = 2.012$
- b) Grund für Volumenoszillation: Trägheit des Kolbens bei schneller Druckänderung
- c) $W = 1365 \text{ J}$ $(W - W_{\text{theo}}) / W_{\text{theo}} = -1.4 \%$ (W_{theo} aus Aufgabe 1.2b)
- d) 1. Parameteränderung: $P_1 \rightarrow P_2$ schlagartig Effekt: $W = 1037 \text{ J}$ (kleiner, da irreversibler)
2. Parameteränderung: Expansion 0.2 s Effekt: $W = 1356 \text{ J}$ (kleiner, aber fast gleich)
3. Parameteränderung: Expansion 2.0 s Effekt: $W = 1372 \text{ J}$ (näher an $W_{\text{theo}} = 1385 \text{ J}$)

5.4 Isotherme Expansion:

- a) $P_2 = 4983 \text{ Pa}$ $V_1 = 0.25 \text{ m}^3$ $V_2 = 0.495 \text{ m}^3$ $V_2 / V_1 = 1.98$
- b) $W = 1667 \text{ J}$ $(W - W_{\text{theo}}) / W_{\text{theo}} = -3.5 \%$ (W_{theo} aus Aufgabe 1.3b)
- c) $W_{\text{iso}} / W_{\text{ad}} = 1.22$ Warum? Höhere Temperatur im isothermen Prozess

5.5 Wärmekapazität :

$$T_1 = 300 \text{ K} \quad T_2 = 400 \text{ K}$$

- a) $Q = 1252 \text{ J}$ $C_V = 12.52 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $(C_V - C_{V,\text{theo}}) / C_{V,\text{theo}} = 0.4 \%$
- b) $Q = 2072 \text{ J}$ $C_P = 20.72 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $(C_P - C_{P,\text{theo}}) / C_{P,\text{theo}} = -0.3 \%$

Simulation einer Carnot Maschine

6.2 Analyse und Optimierung des Carnot-Kreisprozesses:

- a) $\eta =$ ($\eta_{\text{Carnot}} =$ aus Aufgabe 2.2a)
- b) 1. Parameteränderung: $\eta =$
2. Parameteränderung: $\eta =$
3. Parameteränderung: $\eta =$
- c) Wichtigster Parameter: Warum?
- d) $W_{AB} =$ $W_{AB,\text{theo}} =$ $Q_{AB} =$ $Q_{AB,\text{theo}} =$
 $W_{BC} =$ $W_{BC,\text{theo}} =$ $Q_{BC} =$ $Q_{BC,\text{theo}} =$
 $W_{CD} =$ $W_{CD,\text{theo}} =$ $Q_{CD} =$ $Q_{CD,\text{theo}} =$
 $W_{DA} =$ $W_{DA,\text{theo}} =$ $Q_{DA} =$ $Q_{DA,\text{theo}} =$