

Lösungsblatt

Theorie

1.1 Expansion ins Vakuum:

$$T_2 = T_1 = 300 \text{ K} \quad U_2 = U_1 = \frac{3}{2}nRT_1 = 3741.5 \text{ J} \quad P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_1}{2V_1} = \frac{P_1}{2} = 4989 \text{ Pa}$$

1.2 Adiabatische Expansion:

$$\text{a) } P_2 \text{ [Formel]} = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{5/3} \quad P_2 \text{ [Wert]} = 9976.8 \text{ Pa} \left(\frac{1}{2}\right)^{5/3} = 3142.5 \text{ Pa}$$

$$\text{b) } W = U \times f(V_2/V_1) \text{ [Formel]} = U_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{2/3}\right) \quad W \text{ [Wert]} = U_1 \times 0.37 = 1385 \text{ J}$$

1.3 Isotherme Expansion:

$$\text{a) } P_2 \text{ [Formel]} = \frac{P_1 V_1}{V_2} \quad P_2 \text{ [Wert]} = 9976.8 \text{ Pa} / 2 = 4988.4 \text{ Pa}$$

$$\text{b) } W = U \times f(V_2/V_1) \text{ [Formel]} = U \frac{2}{3} \ln \frac{V_2}{V_1} \quad W \text{ [Wert]} = U \times 0.46 = 1729 \text{ J}$$

1.4 Wärmekapazität:

$$\text{a) } C_V \text{ [Formel]} = \frac{3}{2}R \quad C_V \text{ [Wert]} = 12.47 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$C_P \text{ [Formel]} = \frac{5}{2}R \quad C_P \text{ [Wert]} = 20.79 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\text{b) } C \text{ [Formel]} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

2.1 Aufbau des Carnot-Kreisprozesses:

$$\text{a) } P_B \text{ [Formel]} = \frac{P_A V_A}{V_B} \quad P_B \text{ [Wert]} = \frac{P_A}{2} = \frac{19954.7 \text{ Pa}}{2} = 9977.35 \text{ Pa}$$

$$\text{b) } P_C \text{ [Formel]} = P_B \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{5/2} \quad P_C \text{ [Wert]} = 9977.35 \text{ Pa} \left(\frac{400 \text{ K}}{600 \text{ K}}\right)^{5/2} = 3620.65 \text{ Pa}$$

$$\text{c) } P_D \text{ [Formel]} = P_A \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{5/2} = 2P_C \quad P_D \text{ [Wert]} = 7241.3 \text{ Pa}$$

2.2 Analyse und Optimierung des Carnot-Kreisprozesses:

$$\text{a) } \eta_{\text{Carnot}} \text{ [Formel]} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \eta_{\text{Carnot}} \text{ [Wert]} = 1 - \frac{400 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 33\%$$

b) Formeln und Werte:

$$W_{AB} = U_A \frac{2}{3} \ln \frac{V_B}{V_A} = 3458 \text{ J} \quad Q_{AB} = W_{AB}$$

$$W_{BC} = U_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{2/3}\right) = U_B \left(1 - \frac{T_C}{T_B}\right) = U_A \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = 2494 \text{ J} \quad Q_{BC} = 0$$

$$W_{CD} = U_C \frac{2}{3} \ln \frac{V_D}{V_C} = -W_{AB} \frac{T_1}{T_2} = -2305 \text{ J} \quad Q_{CD} = W_{CD}$$

$$W_{DA} = -W_{AD} = -U_A \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = -W_{BC} \quad Q_{DA} = 0$$

$$\eta = W / Q \text{ [Formel als Funktion von } T_1, T_2] = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \eta_{\text{Carnot}}$$

Simulation eines idealen Gases

5.2 Expansion ins Vakuum:

$$T_2 = 300 \text{ K } (= T_1) \quad U_2 = 3741.5 \text{ J } (= U_1) \quad P_2 = 4987 \text{ Pa } (\approx P_1/2)$$

5.3 Adiabatische Expansion:

$$\text{a) } P_2 = 3156 \text{ Pa} \quad V_1 = 0.25 \text{ m}^3 \quad V_2 = 0.503 \text{ m}^3 \quad V_2 / V_1 = 2.012$$

b) Grund für Volumenoszillation: **Trägheit des Kolbens bei schneller Druckänderung**

$$\text{c) } W = 1365 \text{ J} \quad (W - W_{\text{theo}}) / W_{\text{theo}} = -1.4 \% \quad (W_{\text{theo}} \text{ aus Aufgabe 1.2b})$$

d) 1. Parameteränderung: $P_1 \rightarrow P_2$ **schlagartig** Effekt: $W = 1037 \text{ J}$ (kleiner, da irreversibler)

2. Parameteränderung: **Expansion 0.2 s** Effekt: $W = 1356 \text{ J}$ (kleiner, aber fast gleich)

3. Parameteränderung: **Expansion 2.0 s** Effekt: $W = 1372 \text{ J}$ (näher an $W_{\text{theo}} = 1385 \text{ J}$)

5.4 Isotherme Expansion:

$$\text{a) } P_2 = 4983 \text{ Pa} \quad V_1 = 0.25 \text{ m}^3 \quad V_2 = 0.495 \text{ m}^3 \quad V_2 / V_1 = 1.98$$

$$\text{b) } W = 1667 \text{ J} \quad (W - W_{\text{theo}}) / W_{\text{theo}} = -3.5 \% \quad (W_{\text{theo}} \text{ aus Aufgabe 1.3b})$$

$$\text{c) } W_{\text{iso}} / W_{\text{ad}} = 1.22 \quad \text{Warum? Höhere Temperatur im isothermen Prozess}$$

5.5 Wärmekapazität :

$$T_1 = 300 \text{ K} \quad T_2 = 400 \text{ K}$$

$$\text{a) } Q = 1252 \text{ J} \quad C_V = 12.52 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (C_V - C_{V,\text{theo}}) / C_{V,\text{theo}} = 0.4 \%$$

$$\text{b) } Q = 2072 \text{ J} \quad C_P = 20.72 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (C_P - C_{P,\text{theo}}) / C_{P,\text{theo}} = -0.3 \%$$

Simulation einer Carnot Maschine

6.2 Analyse und Optimierung des Carnot-Kreisprozesses:

$$\text{a) } \eta = 25.0\text{--}28.3 \% \text{ (10 Wiederholungen)} \quad (\eta_{\text{Carnot}} = 33.3\% \quad \text{aus Aufgabe 2.2a)}$$

$$\text{b) 1. Parameteränderung: Carnot Zyklus } 4 \times \text{ länger (4} \times \text{ 2 s)} \quad \eta = 32.5 \% \text{ (besser)}$$

$$\text{2. Parameteränderung: Carnot Zyklus } 10 \times \text{ länger (4} \times \text{ 5 s)} \quad \eta = 33.1 \% \text{ (fast ideal)}$$

$$\text{3. Parameteränderung: Teilchenmasse } 2 \times \text{ grösser (56 amu)} \quad \eta = 26.1\%$$

$$\text{4. Parameteränderung: Simulierte Teilchen } 2 \times \text{ mehr (30000)} \quad \eta = 26.1\%$$

c) Wichtigster Parameter: **Simulationsdauer** Warum? **Möglichst quasistatische Prozesse**

$$\text{d) } W_{\text{AB}} = 3504 \text{ J} \quad W_{\text{AB,theo}} = 3458 \text{ J} \quad Q_{\text{AB}} = 3490 \text{ J} \quad Q_{\text{AB,theo}} = 3458 \text{ J}$$

$$W_{\text{BC}} = 2478 \text{ J} \quad W_{\text{BC,theo}} = 2494 \text{ J} \quad Q_{\text{BC}} = 0 \quad Q_{\text{BC,theo}} = 0$$

$$W_{\text{CD}} = -2373 \text{ J} \quad W_{\text{CD,theo}} = -2305 \text{ J} \quad Q_{\text{CD}} = -2363 \text{ J} \quad Q_{\text{CD,theo}} = -2305 \text{ J}$$

$$W_{\text{DA}} = -2538 \text{ J} \quad W_{\text{DA,theo}} = -2494 \text{ J} \quad Q_{\text{DA}} = 0 \quad Q_{\text{DA,theo}} = 0$$

(für längste Zyklusdauer $4 \times 5 \text{ s}$)